Übungsblatt 8
zur Experimentalphysik I

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 8 / Abgabe am 16. bzw. 17.06.2014

Wichtige Info: Da am Montag wegen Pfingsten frei ist, bitte ich die Studenten, die sonst Montags in eine Übung gehen auf eine der Dienstagsübungen aus zu weichen.

Aufgabe 8.1 Leopolds Litfaßsäule (Präsenzaufgabe)

Der Künstler Leopold Müßig möchte für sein neustes Projekt zwei drehbare Litfaßsäulen aus Beton ($\rho_{\text{Beton}} \approx 2{,}4\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) gießen, die das gleiche Gewicht und den gleichen Radius (0,5 m) aber unterschiedliche Trägheitsmomente haben sollen. Eine Säule wird als Vollzylinder ausgeführt, die zweite als Hohlzylinder. Das Verhältnis der Trägheitsmomente soll exakt dem goldenen Schnitt $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618$ entsprechen. Wie dick muss der Hohlzylinder sein?

Aufgabe 8.2 Zeigen Sie mithilfe der Definition des Massenträgheitsmoments: (Präsenzaufgabe)

Wenn Sie zwei Gegenstände mit den Massenträgheitsmomenten I_1 und I_2 haben, die um eine Identische Achse rotieren, hat das Gesamtsystem das Massenträgheitsmoment $I = I_1 + I_2$.

Aufgabe 8.3 Wichtige Trägheitsmomente a) bis d) (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie das Trägheitsmoment eines homogenen Hohlzylinders berechnet. Als Grenzfall konnten Sie daraus das Trägheitsmoment eines Vollzylinders herleiten. Leiten Sie analog dazu die Trägheitsmomente folgender homogener Körper mit der Masse M her:

a) Eines Vollkegels mit Breite $2B$ mit Rotationsachse gleich Kegelachse

b) Eines Vollellipsoids mit den Durchmessern $2a$, $2b$ und $2c$ wobei die Drehachse durch den Mittelpunkt und der Richtung verläuft, in welcher der Ellipsoid die Dicke $2c$ hat.

c) Einer Vollkugel mit Radius R und Drehachse durch den Mittelpunkt

d) Einer Hohlkugel mit Radien R_1 und R_2 und Drehachse durch den Mittelpunkt

Diese werden Sie z.T. bei den folgenden Aufgaben benötigen. Es empfiehlt sich auch, die Ergebnisse in der eigenen Formelsammlung zu notieren. Weitere Trägheitsmomente folgen nächste Woche.

Aufgabe 8.4 Rotationsenergie der Erde (1 Punkt)

Berechnen Sie die Rotationsenergie der Erde. Nehmen Sie dazu an, dass die Erde ein Ellipsoid mit $a = b = 12\,756$ km und $c = 12\,714$ km ist. Die Dichte soll homogen sein und einen Wert von $5\,515\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ haben.

Aufgabe 8.5 Blasmusik mit Ulli (5 Punkte)

Ulli hört sich eine Platte mit Blasmusik an. Diese hat einen Durchmesser von 25 cm, ein Gewicht von 200 g und wird mit 45 Umdrehungen pro Minute abgespielt. Die Unterlage hat einen Durchmesser von 27 cm und ein Gewicht von 800 g.

a) Berechnen Sie Trägheitsmoment und Rotationsenergie der Platte.

b) Wiederholen Sie die Berechnung aus Aufgabe a) für die Unterlage sowie für beides Zusammen.

c) Wenn Ulli den Plattenspieler einschaltet, beschleunigt er in 3 Sekunden gleichmäßig auf seine volle Geschwindigkeit. Welche Leistung benötigt der Plattenspieler dafür? Zeichnen Sie die Funktion in Abhängigkeit von der Zeit!

d) Sebastian konnte Ullis “Dicke-Backen-Musik” noch nie leiden. Deswegen zieht er den Stecker raus und setzt einen Kugelförmigen Stein mit einem Durchmesser von 15 cm und einer Dichte von $2\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ auf die Mitte der Platte. Berechnen Sie jetzt das Trägheitsmoment des Systems und dessen Rotationsgeschwindigkeit unter der Annahme, dass dem System weder Energie zugeführt noch abgezogen wird.

Name, Vorname: ____________________ Matrikelnummer: ⌴⌴⌴⌴⌴⌴⌴

Aufgabe 8.6 Tim hat einen dünnen Stab der Länge L. (5 Punkte)

Dessen Dichte (in diesem Fall: Masse pro Längeneinheit) steigt linear von λ_0 auf $2\lambda_0$ an.

a) Berechnen Sie die Lage des Schwerpunktes.

b) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes mit einer Rotationsachse senkrecht zum Stab durch den Schwerpunkt.

c) Berechnen Sie das Trägheitsmoment des Stabes mit einer Rotationsachse senkrecht zum Stab am linken und rechten Ende des Stabes.

Aufgabe 8.7 Energiespeicher (5 Punkte)

Horst hat einen Generator auf dem Schrottplatz gefunden. Zusammen mit Udo und Ihnen gründet er eine GmbH mit der Mindesteinlage von 12 500 €. Von diesem Geld sollen Rotationskörper aus Stahl für 500 €die Tonne gekauft werden. Ein guter Stahl aus dem Stahlwerk Ihres Vertrauens besitzt eine Streckgrenze von 350 $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{mm}^2}$ und eine Dichte von 7,85 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$. Mithilfe dieser Rotationskörper soll elektrische erneuerbare Energie gespeichert werden. Wie viel Energie können Sie speichern?

a) Bevor Sie die Aufgabe lösen, überlegen Sie, welche Form hierfür am besten geeignet sein könnte.

b) Stellen Sie eich einen unendlich dünnen Zylinder aus Stahl vor und berechnen Sie zunächst die Streckkraft pro Fläche dA, die aufgrund der Rotation (bei konstanter Rotationsgeschwindigkeit ω) wirkt. Denken Sie dabei an die Definition der Energie: $F = \frac{\partial E(r)}{\partial x(r)}$ Die Erdanziehung kann vernachlässigt werden. Lösen Sie anschließend die Formel, die Sie oben erhalten nach der Energiedichte (Energie pro Volumen) auf.

c) Unterstützt Ihr Ergebnis die Vermutung Ihrer Form aus Aufgabe a)? Falls nicht, wählen Sie eine optimale Form.

d) Wie viel Energie können Sie nun speichern?

e) Schätzen Sie grob ab, ob der Energiespeicher wirtschaftlich rentabel ist oder ob Sie doch besser mit der Firmenkasse durch brennen.