

Lösungen zur Übung zum Mathematischen Vorkurs



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Sommersemester 2014 - Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1 Vereinfachen Sie folgende reelle Funktionen und Ausdrücke und zeichnen Sie diese:
Überlegen Sie sich, ob sie dabei den Definitionsbereich verändern.

- a) $\cos(\phi)^2 \cdot \tan(\phi)^2 + \sin(\phi)^2 = 2 \cdot \sin(\phi)^2$
Erweiterung des D. bei $\phi = \pm \{\frac{1}{2}\pi; \frac{3}{2}\pi; \frac{4}{2}\pi; \dots\}$
- b) $\frac{1}{1-\sin(x)} + \frac{1}{1+\sin(x)} = \cos(x)^{-2}$
Der Definitionsbereich wird nicht verändert.
- c) $\frac{1-\cos(\phi)^2}{\sin(\phi) \cdot \cos(\phi)} = \tan(\phi)$
Erweiterung bei $\phi = \pm\{\dots; -2\pi; -\pi; 0; \pi; 2\pi; \dots\}$
- d) $e^{2\ln(\sqrt{x})} = x$
Erweiterung des D. auf $x \leq 0$
- e) $\ln(e^{1/x}) + \ln(e^2 e^x) = \frac{1}{x} + 2 + x$
Der Definitionsbereich wird nicht verändert.
- f) $\log(x^2 - 1) - \log(1 - x) = -\log(-x - 1)$
Der Definitionsbereich wird nicht verändert.

Aufgabe 1.2 Bestimmen Sie alle fehlenden Winkel und Seiten der gegebenen Dreiecke

- a) Es seien $\gamma = 90^\circ$; $a = 50$ cm und $b = 78,1$ cm \Rightarrow
 $c = 92,73$ cm; $\alpha = 32,63^\circ$; $\beta = 57,38^\circ$
- b) Es seien $a = 179$ m; $b = 208,3$ m und $\beta = 106^\circ \Rightarrow$
 $c = 68,06$ m; $\alpha = 55,69^\circ$; $\gamma = 18,31^\circ$

Aufgabe 1.3 Faktorisieren Sie die folgenden Funktionen

- a) $x^3 + 3x^2 - 4 = (x - 1)(x + 2)^2$
- b) $x^4 - 5x^2 + 4 = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$

Aufgabe 1.4 Berechnen Sie mithilfe von $i = \sqrt{-1}$

- a) $\sqrt{-100} = \pm 10i$
- b) $\sqrt{-9 \cdot 25} = \pm 15i$
- c) $\sqrt{\frac{4}{-2,56}} = \pm \frac{5}{4}i$
- d) $i^2 = -1$
- e) $i^4 = 1$
- f) $(-i)^{35} = i$
- g) $(1 + i) \cdot (1 - i) = 2$
- h) $(3 - 2i) \cdot (5 - 4i) = 7 - 22i$
- i) $\frac{10+5i}{4+3i} = \frac{11}{5} - \frac{2}{5}i$

Aufgabe 1.5 Konvertieren Sie die Faktoren aus Aufgabe 1.4.g) in die Eulersche Schreibweise. Führen Sie anschließend die Multiplikation aus und konvertieren Sie das Ergebnis zurück in die Kartesische Schreibweise

Ist das Ergebnis identisch zu dem aus Aufgabe 1.4?

$$(1+i)(1-i) = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} \cdot \sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i} = 2e^0 = 2 \quad (\text{Natürlich kommt das Selbe heraus.})$$

Aufgabe 1.6 Berechnen Sie alle komplexen Lösungen folgender Gleichungen

- a) $z^2 = i \Rightarrow z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$
- b) $z^2 + \frac{3}{2}z + \frac{25}{16} = 0 \Rightarrow z = -\frac{3}{4} \pm i$
- c) $z^4 = 1 \Rightarrow z \in \{1; i; -1; -i\}$

Aufgabe 1.7 Zeigen Sie:

- a) $(z_1 \pm z_2)^* = (x_1 + iy_1 \pm x_2 \pm iy_2)^* = x_1 - iy_1 \pm x_2 \mp iy_2 = (x_1 + iy_1)^* \pm (x_2 + iy_2)^* = z_1^* \pm z_2^*$
- b) $(z_1 \cdot z_2)^* = (x_1x_2 - y_1y_2 + i(x_1y_2 + y_1x_2))^* = x_1x_2 - y_1y_2 - i(x_1y_2 + y_1x_2) = (x_1 - iy_1)(x_2 - iy_2) = z_1^* \cdot z_2^*$